



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 19.02.2017

Filiera tehnologică: profil tehnic

Clasa a XII-a

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x \geq 1 \\ \frac{x-x^3}{1+x^4}, & x < 1 \end{cases}$

a) Calculați

$$\int_{-1}^e f(x) dx$$

b) Determinați primitiva funcției f pentru care $F(0) + F(1) = 2016$.c) Arătați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $[1, +\infty)$.

2. Să se calculeze:

a) $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+3} dx$

b) $\int_{-1}^1 x\sqrt{1-x^2} dx$

3. Să se arate că pe mulțimea $M = \left\{ A = \begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix} / a, b \in \mathbb{Q}, a^2 + b^2 \neq 0 \right\}$, înmulțirea

matricelor determină o structură de grup.

Să se arate că acest grup este izomorf cu grupul $(\mathbb{Q}(\sqrt{3}), \cdot)$ unde

$$\mathbb{Q}(\sqrt{3}) = \{ a + b\sqrt{3} / a, b \in \mathbb{Q}, a^2 + b^2 \neq 0 \}.$$

4. Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.a) Să se calculeze $y \circ (-1)$;b) Să se arate că $(-2012) \circ (-2011) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2012 + \frac{4}{3} > 0$ c) Să se găsească două numere $a, b \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ cu proprietatea că $a \circ b \in \mathbb{N}$.**Notă:****Timp de lucru 3 ore.****Toate subiectele sunt obligatorii.****Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.**